

# 27<sup>a</sup> Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Examen estatal de Baja California 2013

Cuarta etapa  
*Primer día*

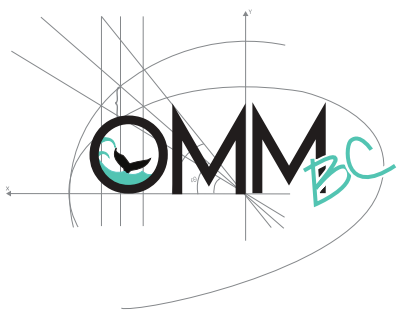
**Problema 1** Encuentra todas las cuartetas de primos  $p, q, r, s$  tales que  $p < q < r < s$  y además

$$p^2 + q^2 + r^2 + s^2 = 2013$$

**Problema 2** En un triángulo  $ABC$ , la mediana y la altura en  $A$  dividen al ángulo  $A$  en tres partes iguales. ¿Cuáles son los ángulos del triángulo  $ABC$ ?

**Problema 3** Se han dado cinco puntos en el plano de manera que no hay 3 de ellos colineales. Además, cualesquiera dos líneas que unan un par de esos puntos cumplen que no son paralelas ni perpendiculares y no hay 3 de éstas coincidentes. Desde cada uno de los puntos se trazan las perpendiculares a todas las líneas que unen a los otros cuatro puntos. Determina el número máximo de intersecciones entre sí, que pueden tener estas perpendiculares.

*¡Buena Suerte!*



# 27<sup>a</sup> Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Examen estatal de Baja California 2013

Cuarta etapa  
*Segundo día*

**Problema 4** Sea  $A_n$  el conjunto con los elementos  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ . Para cada subconjunto no vacío de  $A_n$ , es decir, con al menos un elemento, se calcula el producto de sus elementos, y se obtiene su recíproco. Sea  $S_n$  la suma de todos estos recíprocos. Encuentra  $S_{2013}$ .

**Problema 5** Itzel juega Batalla Naval Z con David. En Batalla Naval Z, se tiene un tablero de  $7 \times 7$ , donde David coloca 3 buques, uno azul que mide  $1 \times 2$ , uno verde que mide  $1 \times 3$ , y uno rojo que mide  $1 \times 4$ , de manera que no se traslapan ni se salen del tablero. Después, David cubre el tablero con 49 cuadros de  $1 \times 1$ , de manera que Itzel no conoce la ubicación de los buques. Una jugada de Itzel consiste en escoger una casilla del tablero y quitar el cuadro que lo cubre, revelando lo que hay debajo. Si encuentra un buque, se ve su color, mas no la parte del buque (parte frontal, trasera o en medio). Demuestra que 33 jugadas son suficientes para que Itzel destape completamente los 3 buques.

**Problema 6** Si un pentágono regular  $ABCDE$  está inscrito en una circunferencia, y el punto  $P$  se encuentra en el arco  $\widehat{BC}$ , prueba que

$$PA + PD = PB + PC + PE$$

*¡Buena Suerte!*