

24^a Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Examen estatal de Baja California 2010

Nivel Dos

Tercera etapa

Problema 1 En los cuadros de un tablero de 8×8 se colocan números enteros (un número por cuadro) de manera que la diferencia entre dos cuadros vecinos es a lo más 1. Demuestra que hay un número que se repite 5 veces. NOTA: Decimos que dos cuadros son vecinos si comparten un lado.

Problema 2 Sean a , b y c dígitos que cumplen las siguientes condiciones:

- (a) 3 divide al número $\overline{abc} + a$;
- (b) 2 divide al número \overline{cba} ;
- (c) 5 divide al número \overline{bac} .

Demuestre que 2010 divide a:

$$(94a^2c + 47abc + 47ac^2)^{2011} + (40a^2c + 20abc + 20ac^2)^{2011}.$$

NOTA: \overline{xyz} denota a un número de 3 dígitos, mientras que xyz denota al producto de x , y , z .

Problema 3 Sean ABC y $A'B'C'$ dos triángulos con $AB = A'B'$, $\angle BAC = \angle B'A'C' = 60^\circ$, y $\angle ABC + \angle A'B'C' = 180^\circ$. Muestra que

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{A'C'}.$$

Buena Suerte!!!

Soluciones

Nivel Dos

Solución del Problema 1.

Primera solución.

Segunda solución.

Solución del Problema 2.

Solución del Problema 3.